EXERCICE N°1 : 40' 5 points

Soit dans $\mathbb{C}$ l'équation (E): $z^2-\left(2i\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}\right)z-4e^{i\frac{\pi}{6}}=0$.

1°) a) Vérifier que : $e^{i\frac{5\pi}{12}}\left(e^{i\frac{\pi}{4}}-e^{-i\frac{\pi}{4}}\right)=e^{i\frac{2\pi}{3}}-e^{i\frac{\pi}{6}}$ et que $e^{i\frac{2\pi}{3}}-e^{i\frac{\pi}{6}}=i\sqrt{2}\,e^{i\frac{5\pi}{12}}$

b) Vérifier que $z_1=2e^{i\frac{\pi}{3}}$ est une solution de l'équation (E).

c) Trouver alors l'autre solution de z_2 de l'équation (E).

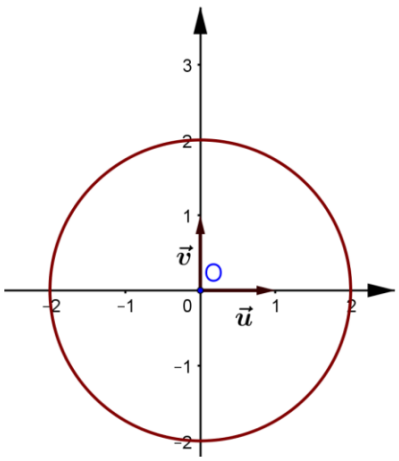
d) Écrire chacun des nombres complexes z_1 et z_2 sous forme cartésienne.

2°) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A et B d'affixes respectifs $z_A=1+i\sqrt{3}$ et $z_B=-\sqrt{3}+i$.

a) Vérifier que $z_B=iz_A$.

b) Déduire que le triangle OAB est isocèle rectangle.

c) Construire, dans la figure ci-contre, les points A et B.



3°) Soit C le point du plan d'affixe $z_C=\left(1-\sqrt{3}\right)+i\left(1+\sqrt{3}\right)$.

a) Montrer que $OACB$ est un carré.

b) Placer le point C.

c) Déterminer la forme exponentielle de z_C.

EXERCICE N°2 : 50' 5 points

1°) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation (E_1): $z^2+(2+i)z+i=0$.

2°) On considère dans $\mathbb{C}$, l'équation (E): $z^3+(1+i)z^2-2z-i=0$.

a) Vérifier que 1 est une solution de (E).

b) Déterminer les nombres complexes a et b tels que :

$z^3+(1+i)z^2-2z-i=(z-1)(z^2+az+b)$.

c) En déduire dans $\mathbb{C}$, les solutions de l'équation (E).

3°) Dans Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectifs $z_A=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$, $z_B=-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$ et $z_C=1$.

a) Mettre chacun des nombres complexes z_A et z_B sous forme exponentielle.

b) Montrer que les points A et B appartient au cercle de centre O et de rayon 1.

Construire les points A, B et C dans le repère $(O,\vec{u},\vec{v})$.

Qarray.tn - Aqra Blech- Qarray.tn